

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
теории функций и геометрии



Е.М. Семенов  
23.03.2025 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Б1.О.25 Математические модели газовой динамики**

**1. Код и наименование специальности:**

01.05.01 Фундаментальные математика и механика

**2. Специализация:** Современные методы теории функций в математике и механике

**3. Квалификация выпускника:** Математик. Механик. Преподаватель.

**4. Форма обучения:** Очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

0503 теории функций и геометрии

**6. Составители программы:** Стенюхин Леонид Витальевич, к. ф.-м. н., доцент

**7. Рекомендована:** Научно-методическим Советом математического факультета,  
протокол № 0500-03 от 18.03.2025 г.

**8. Учебный год:** 2028 - 2029

**Семестр:** 8

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

*Целями освоения учебной дисциплины являются:*

- знать основные принципы и владеть основными методами газовой динамики.

*Задачи учебной дисциплины:*

- моделировать и уметь решать задачи газовой динамики.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ОПОП:

учебная дисциплина Математические модели газовой динамики относится к обязательной части Блока 1. Для успешного освоения требуется знать основы математического анализа, комплексного анализа, дифференциальных уравнений, уравнений с частными производными.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

| Код    | Название компетенции                                                                                           | Код(ы)                                   | Индикатор(ы)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Планируемые результаты обучения                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
|--------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1. | Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики | ОПК-1.1.<br><br>ОПК-1.2.<br><br>ОПК-1.3. | Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.<br><br>Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности.<br><br>Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. | Знать:<br>- базовые понятия фундаментальной математики<br><br>Уметь:<br>- использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук в профессиональной деятельности.<br><br>Владеть:<br>- навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний. |
| ОПК-2. | Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном                    | ОПК-2.1.                                 | Владеет основами планирования экспериментов с математическими моделями, знает численные и численно-аналитические                                                                                                                                                                                                                                     | Знать:<br>- новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении.                                                                                                                                                                                                                         |

|  |                                                 |          |                                                                                                         |                                                                                                                                                   |
|--|-------------------------------------------------|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | естествознании, технике, экономике и управлении | ОПК-2.2. | методы построения решений.<br>Умеет выбирать методы моделирования и анализировать моделируемую систему. | Уметь:<br>- выбирать методы моделирования и анализировать моделируемую систему.                                                                   |
|  |                                                 | ОПК-2.3. | Имеет практический опыт разработки математических моделей и их численной реализации.                    | Владеть:<br>- основами планирования экспериментов с математическими моделями, знает численные и численно-аналитические методы построения решений. |

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.**(в соответствии с учебным планом) — 2/72.

**Форма промежуточной аттестации** - зачёт.

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

| Вид учебной работы                             | Трудоемкость |              |            |     |
|------------------------------------------------|--------------|--------------|------------|-----|
|                                                | Всего        | По семестрам |            |     |
|                                                |              | № семестра   | № семестра | ... |
| Аудиторные занятия                             | 32           | 8            |            |     |
| в том числе: лекции                            | 16           | 8            |            |     |
| практические                                   | 16           | 8            |            |     |
| лабораторные                                   |              |              |            |     |
| Самостоятельная работа                         | 40           | 8            |            |     |
| Форма промежуточной аттестации<br><i>зачет</i> |              |              |            |     |
| Итого:                                         | 72           | 8            |            |     |

#### 13.1. Содержание дисциплины

| п/п              | Наименование раздела дисциплины          | Содержание раздела дисциплины                                                                                                                 |                                                                                                       |
|------------------|------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>1. Лекции</b> |                                          |                                                                                                                                               |                                                                                                       |
| 1.1              | Динамика идеальной жидкости              | 1. Общее уравнение движения жидкого объёма.<br>2. Уравнения Эйлера.<br>3. Модели жидких идеальных сред.<br>4. Плоское потенциальное движение. | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20511">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20511</a> |
| 1.2              | Подобие гидрогазодинамических процессов. | 1. Теория подобия и ее роль в гидрогазодинамике. Основные понятия и определения теории подобия.<br>2. Критерии подобия                        | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20511">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20511</a> |

|                                |                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                       |
|--------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                |                                     | <p>газодинамических процессов.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Получение критериев подобия путем приведения дифференциальных уравнений движения жидкости к безразмерному виду.</li> <li>Теоремы теории подобия.</li> </ol>                                                                                                            |                                                                                                       |
| 1.3                            | Двумерные течения вязкой жидкости.  | <ol style="list-style-type: none"> <li>Газодинамический пограничный слой: основные физические представления о формировании и структуре внутреннего и внешнего пограничных слоев.</li> <li>Методы расчета ламинарного и турбулентного пограничных слоев.</li> <li>Методы и средства измерений газодинамических параметров.</li> </ol>             | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20511">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20511</a> |
| <b>2. Практические занятия</b> |                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                       |
| 2.1                            | Динамика идеальной жидкост          | <ol style="list-style-type: none"> <li>Общее уравнение движения жидкого объема.</li> <li>Уравнения Эйлера.</li> <li>Модели жидких идеальных сред.</li> <li>Плоское потенциальное движение.</li> </ol>                                                                                                                                            | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20511">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20511</a> |
| 2.2                            | Подобие газодинамических процессов. | <ol style="list-style-type: none"> <li>Теория подобия и ее роль в газодинамике. Основные понятия и определения теории подобия.</li> <li>Критерии подобия газодинамических процессов. Получение критериев подобия путем приведения дифференциальных уравнений движения жидкости к безразмерному виду.</li> <li>Теоремы теории подобия.</li> </ol> | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20511">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20511</a> |
| 2.3                            | Двумерные течения вязкой жидкости.  | <ol style="list-style-type: none"> <li>Газодинамический пограничный слой: основные физические представления о формировании и структуре внутреннего и внешнего пограничных слоев.</li> <li>Методы расчета ламинарного и турбулентного пограничных слоев.</li> <li>Методы и средства измерений газодинамических</li> </ol>                         | <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20511">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20511</a> |

|  |  |             |  |
|--|--|-------------|--|
|  |  | параметров. |  |
|--|--|-------------|--|

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

| № п/п | Наименование темы (раздела) дисциплины   | Виды занятий (часов) |              |              |                        |       |
|-------|------------------------------------------|----------------------|--------------|--------------|------------------------|-------|
|       |                                          | Лекции               | Практические | Лабораторные | Самостоятельная работа | Всего |
| 1.    | Динамика идеальной жидкости              | 4                    | 4            |              | 12                     | 20    |
| 2.    | Подобие гидрогазодинамических процессов. | 6                    | 6            |              | 14                     | 26    |
| 3.    | Двумерные течения вязкой жидкости.       | 6                    | 6            |              | 14                     | 26    |
|       | Итого:                                   | 16                   | 16           |              | 40                     | 72    |

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся.

*Методические рекомендации студентам к практическим занятиям:*

Важной составной частью учебного процесса в вузе являются практические занятия. Практические занятия помогают студентам глубже усвоить учебный теоретический материал, приобрести практические навыки и навыки творческой работы над учебной и научной литературой.

В начале практического занятия происходит обсуждение темы текущего занятия, рассмотрение примеров и задач, рекомендации по выполнению практической работы. Это возможность для студентов обратить внимание на непонятные моменты и разобрать их. Также преподавателем сообщается рекомендуемая литература, цель и задачи ее изучения.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения

| № п/п | Источник                                                                                                                                            |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.    | Лекции по гидродинамике / М.А. Давыдова. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 216 с.                                                                            |
| 2.    | Гидродинамика: учеб. Пособие для студентов нематематических факультетов / А.Б. Мазо, К.А. Поташев. – Казань: Казан. ун-т, 2013. – 2-е изд. – 128 с. |

#### б) дополнительная литература:

| № п/п | Источник                                                                                   |
|-------|--------------------------------------------------------------------------------------------|
| 3.    | Гидродинамика / Г. Ламб. - М.- Ижевск: РХД, 2003.                                          |
| 4.    | Гидродинамика / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. - М.: Наука. ФИЗМАТЛИТ, 2001.                    |
| 5.    | Течения вязкой жидкости / В.Я. Шкадов, З.Д. Запрянов. - М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 1984. |

#### в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

| № п/п | Ресурс                                             |
|-------|----------------------------------------------------|
| 6.    | <a href="http://lprbookshop.ru">lprbookshop.ru</a> |
| 7.    | <a href="http://e.lanbook.com">e.lanbook.com</a>   |
| 8.    | <a href="http://book.ru">book.ru</a>               |

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

Курс дисциплины построен таким образом, чтобы позволить студентам максимально проявить способность к самостоятельной работе. Для успешной самостоятельной работы предполагается тесный контакт с преподавателем.

Изучение дисциплины следует начинать с проработки настоящей рабочей программы, особое внимание, уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Студентам рекомендуется получить в библиотеке учебную литературу по дисциплине, необходимую для эффективной работы на всех видах аудиторных занятий, а также для самостоятельной работы по изучению дисциплины.

Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых и дипломных работ.

Успешное освоение курса предполагает активное, творческое участие студента путем планомерной, повседневной работы.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольной работы и лабораторных заданий) подлежат последующей проверке преподавателем.

Результаты текущей успеваемости учитываются преподавателем при проведении зачета.

| № п/п | Источник                                                                                                                                                   |
|-------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.    | <i>Лекции по гидродинамике / М.А. Давыдова. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 216 с.</i>                                                                            |
| 2.    | <i>Гидродинамика: учеб. Пособие для студентов нематематических факультетов / А.Б. Мазо, К.А. Поташев. – Казань: Казан. ун-т, 2013. – 2-е изд. – 128 с.</i> |

## 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Осуществляется интерактивная связь с преподавателем через сеть интернет, проводятся индивидуальные онлайн консультации. Практические работы выполняются на компьютерной технике с использованием различных информационных технологий.

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows, Microsoft LibreOffice, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet Explorer, Lazarus, Free Pascal, MathCAD15, экран, ноутбук, мультимедиапроектор.

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20511>

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Для проведения лекционных и практических занятий используются учебные аудитории. Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой (ауд. 310).

Компьютерный класс: специализированная мебель, маркерная доска, персональные компьютеры:

Ubuntu (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ubuntu.com/download/desktop>)

VisualStudioCommunity (бесплатное и/или свободное ПО, лицензия <https://visualstudio.microsoft.com/ru/vs/community/> ); MATLABClassroom (сублицензионный контракт 3010-07/01-19 от 09.01.19);

LibreOffice (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://ru.libreoffice.org/about-us/license/> )

Lazarus (GNU Lesser General Public License (LGPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.lazarus-ide.org/index.php> )

FreePascal (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия: <https://www.freepascal.org/faq.html> )

Maxima (GNU General Public License (GPL), бесплатное и/или свободное ПО, лицензия <http://maxima.sourceforge.net/faq.html> )

В самостоятельной работе обучающиеся используют ресурсы Зональной научной библиотеки ВГУ (электронный каталог: <http://www.lib.vsu.ru>)

В наличии есть проектор и компьютер для презентации. Практическая часть занятий проводится с использованием личных ноутбуков учащихся.

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

| № п/п                                              | Наименование раздела дисциплины (модуля) | Компетенция(и) | Индикатор(ы) достижения компетенции | Оценочные средства                                                    |
|----------------------------------------------------|------------------------------------------|----------------|-------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| 1                                                  | Динамика идеальной жидкости              | ОПК-1          | ОПК-1.1<br>ОПК-1.2<br>ОПК-1.3       | Практико-ориентированные задания.<br>Контрольная работа №1<br>Реферат |
| 2                                                  | Подобие гидрогазодинамических процессов. | ОПК-2          | ОПК-2.1<br>ОПК-2.2<br>ОПК-2.3       | Практико-ориентированные задания.<br>Контрольная работа №2<br>Реферат |
| 3                                                  | Двумерные течения вязкой жидкости        | ОПК-2          | ОПК-2.1<br>ОПК-2.2<br>ОПК-2.3       | Практико-ориентированные задания<br>Тестовые задания                  |
| Промежуточная аттестация<br>форма контроля – зачёт |                                          |                |                                     | <i>Перечень вопросов</i><br><i>Практическое задание</i>               |

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Перечень практико-ориентированных заданий

**Задача 1.** Канал трапециевидального сечения имеет следующие размеры: ширина по дну  $b = 3,8$  м, коэффициент заложения откоса  $m = 1,5$  м, глубина воды  $h = 1,2$  м. Определить режим течения воды в канале при объемном расходе  $Q = 5,2$  м<sup>3</sup>/с, а также критическую скорость  $u_{кр}$  при которой произойдет смена режимов течения.

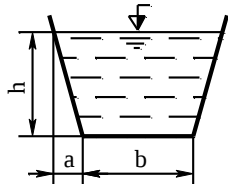


Рис. 19

## Решение

Используя (прил. 1, сх. 2, в) определим площадь живого сечения канала:

$$S = (b + m \cdot h) h = (38 + 1,5 \cdot 1,2) \cdot 1,2 = 6,72 \text{ м}^2.$$

Определим смоченный периметр:

$$\chi = b + 2h\sqrt{1+m^2} = 3,8 + 2 \cdot 1,2\sqrt{1+1,5^2} = 8,13 \text{ м}.$$

Определим гидравлический радиус по формуле (1):

$$R_r = \frac{S}{\chi} = \frac{6,72}{8,13} = 0,83 \text{ м}.$$

Определим скорость течения жидкости в канале по формуле (5):

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{5,2}{6,72} = 0,72 \text{ м/с}.$$

Определим число Рейнольдса по формуле (36):

$$Re = \frac{v \cdot R_r}{\nu} = \frac{0,77 \cdot 0,83}{0,0101 \cdot 10^{-4}} = 632772,$$

где  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости для воды, принимаем по прил. 5,  $\nu = 0,0101 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Так как  $Re = 632772 > Re_{кр} = 580$ , то движение турбулентное.

Используя формулу (36) определим критическую скорость, при которой произойдет смена режимов течения:

$$v_{кр} = \frac{Re_{кр} \cdot \nu}{R_r} = \frac{580 \cdot 0,0101 \cdot 10^{-4}}{0,83} = 0,705 \cdot 10^{-3} \text{ м/с} = 0,705 \text{ мм/с}.$$

**Ответ:** режим турбулентный;  $u_{кр} = 0,705 \text{ мм/с}$ .

**Задача 2.** Из резервуара по горизонтальному трубопроводу диаметром  $d = 20 \text{ мм}$  длиной  $\ell = 10 \text{ м}$  вытекает масло марки **АМГ-10** с температурой  $t = 20^\circ \text{ С}$ . Определить высоту масла  $H$  в резервуаре, если его массовый расход составляет  $M = 0,3 \text{ кг/с}$ . Коэффициент Кориолиса принять  $\alpha = 1$ .

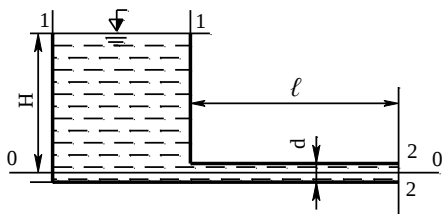


Рис. 20

## Решение

Плоскость сравнения 0-0 проведем по оси трубопровода, сечение 1-1 по свободной поверхности масла в резервуаре, сечение 2-2 по струе масла в месте её выхода из трубопровода (рис. 20).

Составим для сечений 1-1 и 2-2 уравнение Бернулли:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + H_{пот\ 1-2}.$$

Так как сечение резервуара значительно больше трубопровода, то скорость течения масла в сечении 1-1 можно принять  $u_1 = 0$ ,  $u_2 = u$ . Давление в сечениях 1-1 и 2-2 равны  $P_1 = P_2 = P_{атм}$ . Геометрические высоты  $Z_1 = H$ ,  $Z_2 = 0$ . Потери на участке от сечения 1 до сечения 2 равны  $H_{пот\ 1-2} = h_{тр}$ .

Перепишем уравнение Бернулли с учетом сказанного выше и получим:

$$\frac{P_{атм}}{\rho g} + H = \frac{v^2}{2g} + \frac{P_{атм}}{\rho g} + h_{тр},$$

откуда:

$$H = \frac{v^2}{2g} + h_{тр}.$$

Определим объемный расход масла:

$$Q = \frac{M}{\rho} = \frac{0,3}{850} = 0,35 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с},$$

где  $\rho$  – плотность масла **АМГ-10**, определяем по прил. 5,  $\rho = 850 \text{ кг/м}^3$ .

Используя уравнение (5) определим среднюю скорость масла в трубе:

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{Q \cdot 4}{\pi d^2} = \frac{0,35 \cdot 10^{-3} \cdot 4}{3,14(20 \cdot 10^{-3})^2} = 1,11 \text{ м/с}.$$

Определим число Рейнольдса по формуле (34):

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{1,11 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{0,17 \cdot 10^{-4}} = 1306 ,$$

где  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости масла, определяем по прил. 5,  $\nu = 0,17 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Так как  $Re = 1306 < Re_{кр} = 2320$ , режим движения ламинарный. Формулу для определения гидравлического сопротивления  $\lambda$  возьмем из табл. 1:

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1306} = 0,049 .$$

Определим потери напора на трение по длине потока по формуле (38):

$$h_{тр} = \lambda \frac{\ell}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,049 \frac{10}{20 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{1,11^2}{2 \cdot 9,8} = 1,54 \text{ м}.$$

Определим высоту масла в резервуаре, подставив полученные значения в уравнение для  $H$ , получим:

$$H = \frac{1,11^2}{2 \cdot 9,8} + 1,54 = 1,6 \text{ м}.$$

**Ответ:**  $H = 1,6 \text{ м}$ .

**Задача 3.** Весовой расход легкой нефти в горизонтальном трубопроводе диаметром  $d = 156 \text{ мм}$ , длиной  $\ell = 2000 \text{ м}$  составляет  $G = 0,5 \cdot 10^6 \text{ Н/час}$ . Определить давление  $P_1$  на входе в трубопровод, если давление на выходе  $P_2 = 15 \text{ Н/см}^2$ .

### Решение

Используя формулу (3), определим объемный расход нефти в секунду:

$$Q = \frac{G}{\rho g} = \frac{0,5 \cdot 10^6}{884 \cdot 9,8 \cdot 3600} = 0,016 \text{ м}^3/\text{с},$$

где  $\rho$  – плотность легкой нефти, определяем по прил. 5,  $\rho = 884 \text{ кг/м}^3$ .

По формуле (5) определим среднюю скорость потока в живом сечении:

$$v = \frac{Q}{S} = \frac{0,016}{0,0191} = 0,837 \text{ м/с}.$$

где  $S$  – площадь живого сечения потока.

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 0,156^2}{4} = 0,0191 \text{ м}^2.$$

Для определения гидродинамического режима течения, вычислим число Рейнольдса по формуле (39):

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} = \frac{0,837 \cdot 0,156}{1,1 \cdot 10^{-4}} = 1187 .$$

Так как  $Re = 1187 < Re_{кр} = 2320$ , следовательно, режим течения в трубопроводе ламинарный.

Определим потери напора на трения по длине трубопровода по формуле (38):

$$h_{тр} = \lambda \frac{\ell}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,0539 \frac{2000}{0,156} \cdot \frac{0,837^2}{2 \cdot 9,8} = 24,7 \text{ м}.$$

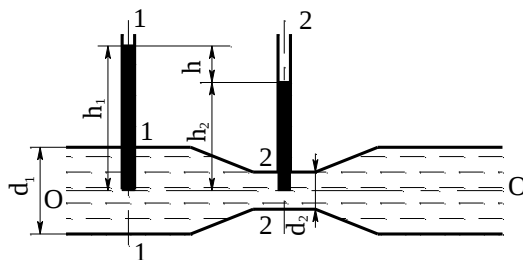


Рис. 21

где  $\lambda$  – коэффициент гидравлического трения определяем по табл. 1, т. к. режим течения ламинарный то:

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1187} = 0,0539.$$

Составим уравнение Бернулли для начала и конца трубопровода:

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + Z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + Z_2 + h_{w\ 1-2}.$$

По условию задачи трубопровод горизонтальный и постоянного диаметра, следовательно,  $Z_1 = Z_2$ ,  $u_1 = u_2$ ,  $h_{w\ 1-2} = h_{тр}$ . тогда из уравнения Бернулли определим давление на входе в трубопровод:

$$\frac{P_1}{\rho g} = \frac{P_2}{\rho g} + h_{тр},$$

откуда:

$$P_1 = P_2 + \rho g h_{тр} = 15 \cdot 10^4 + 884 \cdot 9,8 \cdot 24,7 = 36,4 \text{ Н/см}^2.$$

**Ответ:**  $P_1 = 36,4 \text{ Н/см}^2$ .

**Задача 4.** Определить расход воды  $Q$  в трубе диаметром  $d_1 = 250 \text{ мм}$ , имеющей плавное сужение до диаметра  $d_2 = 125 \text{ мм}$ , если показания пьезометров: до сужения  $h_1 = 50 \text{ см}$ ; в сужении  $h_2 = 30 \text{ см}$ . Коэффициент расхода  $\mu = 0,98$  (рис. 21).

### Решение

Составим уравнение Бернулли для сечений **1-1** и **2-2** приняв за плоскость сравнения ось трубы:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + h_{пот}^{1-2}.$$

Учитывая, что  $z_1 = z_2 = 0$ , пренебрегая в первом приближении потерями напора, т. е. принимая  $h_{пот}^{1-2} = 0$ , и полагая  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ , получим:

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}.$$

Из уравнения неразрывности течения имеем  $s_1 u_1 = s_2 u_2$ .

Поскольку  $s_1 = \pi d_1^2 / 4$ ;  $s_2 = \pi d_2^2 / 4$ , то  $v_2 = v_1 d_1^2 / d_2^2$ .

Обозначим:

$$\frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = h_1 - h_2 = h,$$

тогда уравнение Бернулли примет вид:

$$h = \frac{v_1^2}{2g} \left( \frac{d_1^4}{d_2^4} - 1 \right),$$

откуда:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}}.$$

Объемный расход воды в трубе определим по формуле (2):

$$Q = s_1 v_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}}.$$

В действительности расход воды будет меньше вследствие потерь напора, которыми пренебрегли. С учетом этих потерь формула для определения объемного расхода примет вид:

$$Q = \mu \frac{\pi d_1^2}{4} \sqrt{\frac{2gh}{d_1^4/d_2^4 - 1}},$$

где  $\mu$  – коэффициент, учитывающий уменьшение расхода вследствие потерь напора:

$$Q = 0,98 \frac{3,14 \cdot 0,25}{4} \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81}{0,25^4 / 0,125^4 - 1}} = 0,024 \text{ м}^3/\text{с}.$$

**Ответ:**  $Q = 0,024 \text{ м}^3/\text{с}.$

**Задача 5.** Определить общие потери напора  $h_w$  в новом стальном трубопроводе, если по нему течет нефть легкая с расходом  $Q = 20 \text{ л/с}$ . Трубопровод  $d_1 = 200 \text{ мм}$ , длиной  $\ell_1 = 1 \text{ км}$  имеет внезапное сужение до  $d_2 = 100 \text{ мм}$ . Суженый участок длиной  $\ell_2 = 1,5 \text{ км}$  имеет два поворота: плавный  $d/R = 0,4$  и крутой  $\alpha = 30^\circ$ .

### Решение

Общие потери напора складываются из потерь напора на трение и местные потери и определяются по формуле (37):

$$h_w = h_{\text{тр}} + h_{\text{м}}.$$

Для определения этих потерь, вычислим площадь сечения трубопровода первого участка:

$$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (200 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 0,0314 \text{ м}^2.$$

По уравнению (5) определим скорость движения нефти на первом линейном участке:

$$v_1 = \frac{Q}{S_1} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{0,0314} = 0,64 \text{ м/с}.$$

Определим число Рейнольдса при транспортировании нефти по формуле (34):

$$Re_1 = \frac{v_1 \cdot d_1}{\nu} = \frac{0,64 \cdot 200 \cdot 10^{-3}}{1,4 \cdot 10^{-4}} = 1163,$$

где  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости, определяем по прил. 5, для легкой нефти  $\nu = 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ .

Так как  $Re_1 = 1163 < Re_{\text{кр}} = 2320$ , то режим течения ламинарный.

Коэффициент гидравлического сопротивления определим по формуле Пуайзеля, используя табл. 1:

$$\lambda_1 = \frac{64}{Re} = \frac{64}{1163} = 0,055.$$

Определим потери напора на первом линейном участке трубопровода, используя уравнение (38):

$$h_{\text{тр}1} = \lambda_1 \frac{\ell_1}{d} \cdot \frac{v_1^2}{2g} = 0,055 \frac{1000}{200 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{0,64^2}{2 \cdot 9,81} = 5,47 \text{ м}.$$

Определим площадь сечения трубопровода второго линейного участка:

$$S_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (100 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 0,00785 \text{ м}^2.$$

Определим скорость течения нефти на этом участке:

$$v_2 = \frac{Q}{S_2} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{0,00785} = 2,55 \text{ м/с.}$$

Определим число Рейнольдса:

$$Re_2 = \frac{v_2 \cdot d_2}{\nu} = \frac{2,5 \cdot 100 \cdot 10^{-3}}{1,1 \cdot 10^{-4}} = 46364.$$

Так как  $Re_2 = 46364 > Re_{кр} = 2420$ , то режим течения турбулентный.

Число Рейнольдса входит в зону доквадратичного сопротивления  $20 \frac{d}{\Delta_s} < Re_2 < 500 \frac{d}{\Delta_s}$ ,

следовательно коэффициент гидравлического сопротивления определим по формуле Альтшуля, используя табл. 1:

$$\lambda_2 = 0,11 \left( \frac{\Delta_s}{d} + \frac{68}{Re_2} \right)^{0,25} = 0,11 \left( \frac{0,07}{100} + \frac{68}{46364} \right)^{0,25} \frac{64}{1163} = 0,024,$$

где  $\Delta_s$  – среднее значение эквивалентной шероховатости, определяем по прил. 2, для новых стальных труб  $\Delta_s = 0,07 \text{ мм}$ .

Определим потери напора на втором линейном участке трубопровода:

$$h_{тр2} = \lambda_2 \frac{\ell_2}{d} \cdot \frac{v_2^2}{2g} = 0,024 \frac{2500}{100 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{2,55^2}{2 \cdot 9,81} = 39,8 \text{ м.}$$

Определим суммарные потери на трение:

$$h_{тр} = h_{тр1} + h_{тр2} = 5,47 + 39,8 = 45,27 \text{ м.}$$

Определим местные потери напора на суженном участке трубопровода по формуле (39):

$$h_{м1} = \xi_1 \frac{v_1^2}{2g} = 0,375 \frac{0,64^2}{2 \cdot 9,81} = 0,0078 \text{ м,}$$

где  $\xi_1$  – коэффициент местного сопротивления, определяем по (прил. 3, схема б) внезапное сужение:

$$\xi_1 = 0,5 \left[ 1 - \left( \frac{d_2}{d_1} \right)^2 \right] = 0,5 \left[ 1 - \left( \frac{100}{200} \right)^2 \right] = 0,375.$$

Определим местные потери напора при плавном повороте трубопровода:

$$h_{м2} = \xi_2 \frac{v_2^2}{2g} = 0,21 \frac{2,55^2}{2 \cdot 9,81} = 0,069 \text{ м,}$$

где  $\xi_2$  – коэффициент местного сопротивления, определяем по (прил. 3), при плавном повороте  $\frac{d}{R} = 0,4$ ;  $\xi = 0,21$ .

Определим местные потери напора при крутом повороте трубопровода:

$$h_{м3} = \xi_3 \frac{v_2^2}{2g} = 0,16 \frac{2,55^2}{2 \cdot 9,81} = 0,053 \text{ м,}$$

Определим суммарные местные потери напора:

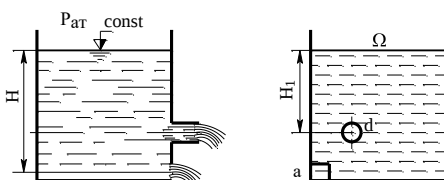
$$h_m = h_{м1} + h_{м2} + h_{м3} = 0,0078 + 0,069 + 0,053 = 0,13 \text{ м.}$$

Определим общие потери напора:

$$h_w = h_{тр} + h_m = 45,27 + 0,13 = 45,4 \text{ м.}$$

**Ответ:**  $h_w = 45,4 \text{ м}$ .

**Задача 6.** В боковой стенке резервуара больших размеров сделаны круглое отверстие диаметром  $d_o = 2,5 \text{ см}$  к которому присоединен внешний цилиндрический насадок и квадратное отверстие со стороной  $a = 4 \text{ см}$  (рис. 22). Определить суммарный расход  $Q \text{ л/сек}$  из резервуара и скорость истечения воды из



план боковой стенки

отверстий. Напор над центром отверстия  $H = 2,5$  м, над центром насадка  $H_1 = 1,5$  м. Истечение через насадок происходит при несовершенном сжатии, отношение площади отверстия  $S$  к площади сечения резервуара равно  $S/\Omega = 0,2$ .

### Решение

Определим скорость истечения воды из внешнего цилиндрического насадка по формуле (51):

$$v_n = \varphi_n \sqrt{2gH_1} = 0,82 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,5} = 4,4 \text{ м/сек},$$

где  $\varphi_n$  – коэффициент скорости, принимаем по прил. 4, для внешнего цилиндрического насадка  $\varphi_n = 0,82$ .

Определим расход воды, вытекающий через насадок по формуле (53):

$$Q_n = \mu_{n1} S \sqrt{2gH_1} = 0,85 \cdot 0,49 \cdot 10^{-3} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,5} = \\ = 2,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{сек} = 2,25 \text{ л/сек},$$

где  $S$  – площадь сечения выходного отверстия:

$$S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (2,5 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 0,49 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2;$$

$\mu_{n1}$  – коэффициент расхода. При несовершенном сжатии коэффициент расхода определяем по формуле (42):

$$\mu_{n1} = \mu_n (1 + \delta) = 0,82 \cdot (1 + 0,034) = 0,85,$$

где  $\mu_n$  – коэффициент расхода при совершенном сжатии, принимаем по прил. 4, для внешнего цилиндрического насадка  $\mu_n = 0,82$ ;

$\delta_1$  – поправочный коэффициент, принимаем по табл. 2, для отношения  $\frac{S}{\Omega} = 0,2$ ,  $\delta_1 = 0,034$ .

Определим скорость истечения воды из отверстия по формуле (40):

$$v_o = \varphi \sqrt{2gH} = 0,97 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2,5} = 6,8 \text{ м/с},$$

где  $\varphi$  – коэффициент скорости, определяем по прил. 4, для отверстия с острой кромкой  $\varphi = 0,97$ .

Определим расход воды, вытекающий через отверстие по формуле (41):

$$Q_o = \mu_1 S \sqrt{2gH} = 0,66 \cdot 1,6 \cdot 10^{-3} \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 2,5} = \\ = 7,39 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{сек} = 7,39 \text{ л/сек},$$

где  $S$  – площадь сечения отверстия  $S = a^2 = 0,04^2 = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ ;

$\mu_1$  – коэффициент расхода. Так как отверстие размещено в углу резервуара (см. рис. 22), то происходит не полное сжатие струи. В этом случае коэффициент расхода определяем по формуле (45):

$$\mu_1 = \mu \left( 1 + 0,128 \frac{P_1}{P} \right) = 0,62 \left( 1 + 0,128 \frac{8}{16} \right) = 0,66,$$

где  $\mu$  – коэффициент расхода при полном сжатии, определяем по прил. 4, для отверстия  $\mu = 0,62$ .

Определяем суммарный расход воды вытекающей из резервуара:

$$Q = Q_o + Q_n = 7,39 + 2,25 = 9,64 \text{ л/сек}.$$

**Ответ:**  $u_o = 6,8$  м/сек,  $u_n = 4,4$  м/сек,  $Q = 9,644$  л/сек.

Физические свойства жидкостей и газов

1. Определить плотность жидкости Ж, полученной смешением жидкости Ж<sub>1</sub>, объемом  $W_1 = (10+10j)$  л, плотностью  $\rho_1 = (860+5 \times j)$  кг/м<sup>3</sup> и жидкости Ж<sub>2</sub> объемом  $W_2 = (95-10j)$  л/м<sup>3</sup>, плотностью  $\rho_2 = (910-5j)$  кг/м<sup>3</sup>.

- Жидкость, имеющая плотность  $\rho = (865+1 \times j)$  кг/м<sup>3</sup> и объем  $W = (150-1j)$  л, получена смешиванием масла плотностью  $\rho_1 = (850+1j)$  кг/м<sup>3</sup> с маслом плотностью  $\rho_2 = (885+0,5j)$  кг/м<sup>3</sup>. Определить объемы  $W_1$  и  $W_2$  масел, составляющих эту жидкость.
- Определить плотность жидкости, полученной смешиванием двух минеральных масел плотностью  $\rho_1 = (845+5j)$  кг/м<sup>3</sup> и  $\rho_2 = (865+5j)$  кг/м<sup>3</sup>. Объем первого масла составляет 40 % объема второго.
- Определить плотность рабочих жидкостей при различных температурах и результаты расчета для своего варианта  $j$  занести в таблицу 2. Температурный коэффициент объемного расширения всех масел принять равным  $8,75 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ .

Таблица 2 – Результаты расчетов плотности рабочих жидкостей

| j | Марка масла          | Плотность жидкости $\rho$ , кг/м <sup>3</sup> при температуре $t$ , °C |     |     |     |   |    |     |    |    |    |
|---|----------------------|------------------------------------------------------------------------|-----|-----|-----|---|----|-----|----|----|----|
|   |                      | -40                                                                    | -30 | -20 | -10 | 0 | 10 | 20  | 30 | 40 | 50 |
| 1 | М-8-В <sub>2</sub>   |                                                                        |     |     |     |   |    | 886 |    |    |    |
| 2 | М-10-В <sub>2</sub>  |                                                                        |     |     |     |   |    | 890 |    |    |    |
| 3 | МГ-46-В<br>(МГ-30)   |                                                                        |     |     |     |   |    | 890 |    |    |    |
| 4 | МГ-15-В(с)<br>(РМГЗ) |                                                                        |     |     |     |   |    | 860 |    |    |    |
| 5 | МГ-15-Б<br>(АМГ-10)  |                                                                        |     |     |     |   |    | 870 |    |    |    |
| 6 | МГ-20                |                                                                        |     |     |     |   |    | 885 |    |    |    |

- При температуре плюс 20 °C масла М-10-В<sub>2</sub>, МГ-46-В (бывшие МГ-30) и МГ-15-В(с) (бывшее ВМГЗ) занимают объем  $W_0 = (20+10j)$  л. Определить объемы, которые они будут занимать при температурах минус 40 °C и плюс 50 °C. Температурный коэффициент объемного расширения всех масел принять равным  $8,75 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ .
- Минеральное масло и вода в гидроцилиндрах при атмосферном давлении занимают объем  $W_0 = (10+3j)$  л. Определить, какой объем будут занимать эти жидкости при давлении  $p = (8+4j)$  МПа, если коэффициент объемного сжатия минерального масла равен  $6,6 \times 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$ , а воды –  $4,7 \times 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$ . Деформацией стенок гидроцилиндров пренебречь.
- На какую величину переместится шток гидроцилиндра диаметром  $D = (50+10j)$  мм с запертым в нем при атмосферном давлении объемом минерального масла  $W_0 = 18$  л, если на шток приложить усилие  $T = (3+0,5j) \times 10^4$  Н. Коэффициент объемного сжатия масла  $6,6 \times 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$ . Деформацией стенок гидроцилиндра пренебречь.
- Стальной трубопровод длиной  $L = (100+20j)$  м и внутренним диаметром  $d = (40+10j)$  мм при атмосферном давлении полностью заполнен минеральным маслом. Определить, какой дополнительный объем масла необходимо подать в полость трубы при ее гидравлическом испытании под давлением  $p = (16+4j)$  МПа. Коэффициент объемного сжатия масла равен  $6,6 \times 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$ . Деформацией стенок трубы пренебречь.
- Резервуар заполнен водой, занимающий объем  $W_1 = (1,5+0,2j)$  м<sup>3</sup>. На сколько уменьшится и чему будет равен этот объем при увеличении давления на величину 200 ат? Коэффициент объемного сжатия воды принять равным  $4,75 \times 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$ . Деформацией стенок резервуара пренебречь.
- Высота цилиндрического резервуара  $h = (2,5+0,1j)$  м, его внутренний диаметр  $d = (2,7+0,1j)$  м. Определить массу мазута плотностью 920 кг/м<sup>3</sup>, которую можно налить в резервуар при температуре 15 °C, если его температура может подняться до 40 °C. Расширением стенок резервуара пренебречь, а коэффициент объемного температурного расширения жидкости принять равным  $0,0008 \text{ K}^{-1}$ .

### Тестовые задания

1. Текучестью жидкости называется:
  - A. величина прямо пропорциональная динамическому коэффициенту вязкости;
  - B. величина обратная динамическому коэффициенту вязкости;
  - C. величина обратно пропорциональная кинематическому коэффициенту вязкости;
  - D. величина пропорциональная градусам Энглера.
2. Отличительным свойством жидкой среды от газообразной является:
  - A. свойство теплопроводности;
  - B. свойство текучести;
  - C. свойство сжимаемости;
  - D. свойство растяжимости.
3. Сжимаемость это свойство жидкости:
  - A. изменять свою форму под действием давления;
  - B. изменять свой объем под действием давления;
  - C. сопротивляться воздействию давления, не изменяя свою форму;
  - D. изменять свой объем без воздействия давления.
4. На какие виды разделяют действующие на жидкость внешние силы:
  - A. силы инерции и поверхностного натяжения;
  - B. внутренние и поверхностные;
  - C. массовые и поверхностные;
  - D. силы тяжести и давления.
5. К группе объемных (массовых сил), действующих на жидкую среду относится сила:
  - A. давления;
  - B. инерции;
  - C. трения;
  - D. поверхностного расширения.
6. Отличие от силы трения, возникающей при движении твердых тел, сила трения в потоке жидкости не зависит от:
  - A. упругой деформации сдвига слоев жидкости;
  - B. вязкости жидкости;
  - C. скорости течения слоев жидкости;
  - D. давления в жидкости.
7. Реальной жидкостью называется жидкость:
  - A. не существующая в природе;
  - B. находящаяся при реальных условиях;
  - C. в которой присутствует внутреннее трение;
  - D. способная быстро испаряться.
8. Идеальной жидкостью называется:
  - A. жидкость, в которой отсутствует внутреннее трение;
  - B. жидкость, подходящая для применения;
  - C. жидкость, способная сжиматься;
  - D. жидкость, существующая только в определенных условиях.

9. Какие силы называются массовыми:

- A. сила тяжести и сила инерции;
- B. сила молекулярная и сила тяжести;
- C. сила инерции и сила гравитационная;
- D. сила давления и сила поверхностная.

10. Величина касательного напряжения (напряжение силы трения) в потоке жидкости согласно закону Ньютона прямо пропорциональна скорости угловой деформации сдвига, определяемой по формуле, в которой коэффициент пропорциональности называется:

- A. коэффициент вязкого трения;
  - B. кинематический коэффициент вязкости;
  - C. коэффициент структурной вязкости;
  - D. динамического коэффициента вязкости.
11. Внутреннее течение жидкой среды отличается от внешнего течения:

- A. отсутствием струйчатой структуры потока;
- B. отсутствием в потоке трения;
- C. наличием свободной поверхности;
- D. наличием ограничивающих поток твердых стенок.

12. Напорным движением жидкости называется:

- A. движение жидкости под напором;
- B. внутреннее течение, когда поток со всех сторон ограничен твердыми стенками;
- C. движение, обусловленное силой гравитационного притяжения;
- D. движение, при котором один поток напирает на другой.

## Перечень заданий для контрольных работ

### Контрольная работа №1

#### Численные методы решения уравнений математической физики

1. Полуограниченная струна, закрепленная на конце, возбуждена начальным отклонением:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \rightarrow 0 < x < \infty, t > 0 \\ u(0, t) = 0, \rightarrow t \geq 0 \\ u(x, 0) = \varphi(x) \\ u_t(x, 0) = 0 \end{cases}$$
$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, \rightarrow \rightarrow \rightarrow 0 \leq x \leq c \\ \frac{h}{c}(x - c), \rightarrow c \leq x \leq 2c \\ -\frac{h}{c}(x - 3c), \rightarrow 2c \leq x \leq 3c \\ 0, \rightarrow \rightarrow \rightarrow x \geq 3c \end{cases}$$

Начертить положение струны для моментов  $t = \frac{c}{a}$ , если  $a = 1$ ,  $c = 1$ ,  $h = 2$ .

2. В системе

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + \alpha \frac{\partial u}{\partial x} + \beta \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \gamma \frac{\partial u}{\partial x} + \delta \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial w}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial u}{\partial x} + \mu \frac{\partial v}{\partial x} + \lambda \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad 0 < x < 1$$

подобрать параметры  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \mu, \lambda$  так, чтобы система стала гиперболической и чтобы краевая задача допускала корректную постановку:

- а) двух краевых условий на левой границе при  $x=0$ ,
- б) трех краевых условий на правой границе при  $x=1$ ,

### Контрольная работа №2 Численные методы решения задач гидродинамики.

Задана квазилинейная система уравнений: **Мелкой воды**, описывающая неустановившееся течение в тонком слое (пленке) жидкости

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial hu}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( hu^2 + \frac{1}{2} gh^2 \right) = -gh \frac{\partial b}{\partial x} \end{cases}$$

$h$  – толщина слоя жидкости ( $h=h(t,x)$ );  
 $u$  – скорость жидкости ( $u=u(t,x)$ );  
 $b$  – профиль дна ( $b=b(x)$ );  
 $g$  – ускорение свободного падения;

Область решения задачи:  $0 \leq x \leq l$ ;  $0 \leq t \leq T$ ;  $l=1.0$ ;  $T=1.0$

Начальные условия:  $h(0, x) = \varphi(x)$ ;  $u(0, x) = \psi(x)$ ;

Краевые условия : а)  $u(t, 0) = f(t)$ ;  $u(t, l) = s(t)$ ;

б)  $u_x(t, 0) = f(t)$ ;  $h_x(t, l) = s(t)$ ;

в)  $u(t, 0) = f(t)$ ;  $h_x(t, l) = s(t)$ ;

1. Провести характеристический анализ. Определить тип уравнения. Получить характеристическую систему уравнений.

2. Реализовать алгоритм и программу решения задачи сеточно-характеристическим методом.

3. Реализовать алгоритм и программу решения задачи методом Годунова.

4. Реализовать алгоритм и программу решения задачи методом крупных частиц.

5. Провести вычислительные эксперименты для двух задач:

"Прорыв плотины" н.у.  $\varphi(x) = \begin{cases} 2.0 \dots, & x \leq 0.5, \\ 1.0 \dots, & x \geq 0.5 \end{cases}; \quad \psi(x) = 0;$

к.у. в)  $f(t) = 0$ ;  $s(t) = 0$ ;

"Буря с стакане"    н.у.     $\varphi(x) = \begin{cases} 1.0 \dots, x \leq 0.45 \\ 2.0 \dots, 0.45 \leq x \leq 0.55 \\ 1.0 \dots, x \geq 0.55 \end{cases}; \quad \psi(x) = 0;$

к.у.    а)     $f(t) = 0; s(t) = 0;$

## Темы рефератов

1. Модели плоских течений.
2. Частные случаи уравнений Навье-Стокса.
3. Одномерные течения вязкой несжимаемой жидкости.
4. Двумерные течения вязкой жидкости.

Описание технологии проведения

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала теоретического и практического характера, регулярно осуществляемую на занятиях.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучающихся и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением следующих оценочных мероприятий:

- решение практико-ориентированных заданий;
- выполнение контрольных работ;
- выполнение тестовых заданий;
- написание реферата.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «незачтено». Систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний обучающихся.

Требования к выполнению заданий (шкалы и критерии оценивания)

При проведении текущего контроля используются следующие **показатели:**  
решение практико-ориентированных заданий:

- 1) умение применять стандартные методы для решения типовых задач;
- 2) оптимальность хода решения;
- 3) правильность выполнения расчетов.

Выполнение контрольной работы оценивается по четырех балльной шкале: отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно.

|                     |                                                                                 |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| Отлично             | Все задачи решены полностью правильно                                           |
| Хорошо              | решение задач не ниже хорошего уровня- имеются частичные неточности в расчетах. |
| Удовлетворительно   | удовлетворительное решение задач- имеются существенные замечания                |
| Неудовлетворительно | неудовлетворительное решение задач- все задания выполнены с ошибками            |

Тестовое задание считается выполненным, если даны верные ответы не менее, чем на 60% вопросов.

Реферат заслуживает оценки «зачтено» если полностью раскрыта тема, изложение построено логично, соблюдены правила оформления.

## 20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Перечень вопросов к зачету:

1. Предмет и методы гидрогазодинамики (механики жидкостей и газов). Основные термины и определения.
2. Схемы сплошной среды и понятия «жидкая частица»; вязкость капельных жидкостей и газов, идеальная (лишенная вязкости) и реальная жидкость, ньютоновская и неньютоновская жидкости.
3. Поверхностное натяжение; кипение жидкостей, кавитация.
4. Силы, действующие в жидкости, находящейся в статическом положении. Гидростатическое давление. Основная формула гидростатики.
5. Понятие о напоре: гидростатический и пьезометрический напоры. Равновесие жидкостей в сообщающихся сосудах. Методы и приборы для измерения давления.
6. Закон Архимеда. Плавание тел.
7. Режимы движения жидкости (ламинарный, турбулентный, переходный). Местная скорость движения жидкости. Поле скоростей движения жидкости. Линии тока. Расход жидкости.
8. Вихревое движение. Циркуляция скорости
9. Уравнения движения применительно к произвольному объему потока вязкой сжимаемой жидкости (дифференциальные уравнения Навье-Стокса).
10. Дифференциальные уравнения движения идеальной (невязкой) жидкости (уравнения Эйлера).
11. Уравнение Бернулли для идеальной и вязкой жидкости.
12. Уравнения турбулентного движения жидкости (уравнения Рейнольдса). Основные гипотезы о переносе энергии турбулентности в вязких потоках жидкости.
13. Теория подобия и ее роль в гидрогазодинамике. Основные понятия и определения теории подобия.
14. Критерии подобия гидрогазодинамических процессов.
15. Гидрогазодинамический пограничный слой: основные физические представления о формировании и структуре внутреннего и внешнего пограничных слоев.
16. Методы расчета ламинарного и турбулентного пограничных слоев.
17. Методы и средства измерений скоростей и расходов жидкостей, давления и температуры потоков.
18. Метрологические характеристики средств измерений. Оценка погрешности измерений

#### Практические задания

**Задачи (1-10).** Жидкость **Ж** подается по напорному трубопроводу диаметром **d**, весовой расход жидкости равен **G**. Определить режим течения жидкости, и какой объемный расход **Q** необходимо пропускать по трубопроводу, чтобы изменить режим течения. Решить эту задачу для открытого лотка прямоугольного сечения, заполненного жидкостью высотой **h = 80 мм**, ширина лотка **b = 120 мм**. Числовые данные приведены в табл. 3.

Таблица 3

Числовые данные к задачам (1-10)

| Величины                   | номера задач |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|----------------------------|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|                            | 1            | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
| d, мм                      | 156          | 150 | 140 | 120 | 125 | 100 | 130 | 135 | 115 | 107 |
| G·10 <sup>-6</sup> , Н/час | 2,0          | 1,8 | 1,6 | 1,3 | 1,2 | 1,9 | 1,5 | 2,1 | 1,7 | 1,4 |

|   |              |             |               |                   |             |              |             |            |             |              |
|---|--------------|-------------|---------------|-------------------|-------------|--------------|-------------|------------|-------------|--------------|
| Ж | нефть легкая | масло ТП 22 | нефть тяжелая | дизельное топливо | керосин Т-1 | вода пресная | масло МС 14 | мазут М 12 | масло АС 14 | масло АМГ 10 |
|---|--------------|-------------|---------------|-------------------|-------------|--------------|-------------|------------|-------------|--------------|

**Задачи (11-20).** Определить режим течения жидкости **Ж** по напорному и безнапорному (заполненному на половину) трубопроводу, имеющему внутренний диаметр **d**, при объемном расходе **Q**. Определить также скорость течения жидкости, при которой произойдет смена режимов течения. Числовые данные приведены в табл. 4.

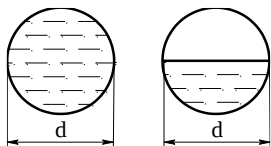


Рис. 23

Таблица 4

Числовые данные к задачам (11-20)

| Величины  | № задачи |            |               |                   |         |              |            |            |             |              |
|-----------|----------|------------|---------------|-------------------|---------|--------------|------------|------------|-------------|--------------|
|           | 11       | 12         | 13            | 14                | 15      | 16           | 17         | 18         | 9           | 20           |
| d, мм     | 200      | 225        | 250           | 275               | 300     | 125          | 150        | 175        | 200         | 225          |
| Q, м³/сек | 0,22     | 0,24       | 0,26          | 0,32              | 0,3     | 0,245        | 0,26       | 0,28       | 0,3         | 0,32         |
| Ж         | бензин   | масло ТП22 | нефть тяжелая | дизельное топливо | керосин | вода пресная | масло МС14 | мазут М-12 | масло АС-14 | масло АМГ-10 |

**Задачи (21-30).** Объемный расход жидкости **Ж** текущей по лотку прямоугольного сечения с основанием **a** и высотой **h** равен **Q**. Определить режим течения жидкости для напорного и безнапорного (заполненного на **K** части его высоты) лотка. Какой расход необходимо пропускать по лотку, чтобы изменить режим течения жидкости? Числовые данные приведены в табл. 5.

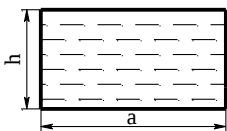


Рис. 24

Таблица 5

Числовые данные к задачам (21-30)

| Величины    | № задачи |              |                   |         |            |             |             |             |              |              |
|-------------|----------|--------------|-------------------|---------|------------|-------------|-------------|-------------|--------------|--------------|
|             | 21       | 22           | 23                | 24      | 25         | 26          | 27          | 28          | 29           | 30           |
| a, мм       | 170      | 165          | 130               | 145     | 150        | 170         | 160         | 175         | 165          | 180          |
| K           | 0,6      | 0,4          | 0,25              | 0,3     | 0,5        | 0,55        | 0,6         | 0,65        | 0,7          | 0,8          |
| h, мм       | 140      | 125          | 100               | 110     | 100        | 125         | 130         | 150         | 120          | 115          |
| Q·10³, м³/с | 3,0      | 3,5          | 3,2               | 3,6     | 3,0        | 3,2         | 2,8         | 3,1         | 3,8          | 4,0          |
| Ж           | бензин   | вода пресная | дизельное топливо | керосин | мазут М-12 | масло МС-14 | масло АС-14 | масло И-12А | масло АМГ-10 | нефть легкая |

**Задачи (31-40).** Весовой расход жидкости **Ж** составляет **G**. Материал трубопровода **M**, внутренний диаметр **d**, длина **ℓ**. Трубопровод имеет два плавных поворота **d/R** и один крутой на угол **α**. Отметка трубопровода в конечной точке на **Z₂** метров выше начальной, давление вначале трубопровода равно **P₁**. Определить пьезометрический уклон **iₙ** и полный напор в конце трубопровода. Числовые данные приведены в табл. 6.

Таблица 6

Числовые данные к задачам (31-40)

| Величи<br>ны                             | № задачи           |                    |                   |                    |             |                    |                    |                  |                   |                    |                   |
|------------------------------------------|--------------------|--------------------|-------------------|--------------------|-------------|--------------------|--------------------|------------------|-------------------|--------------------|-------------------|
|                                          | 31                 | 32                 | 33                | 34                 | 35          | 36                 | 37                 | 38               | 39                | 40                 |                   |
| G·10 <sup>-6</sup> ,<br>Н/час            | 0,5<br>0           | 0,60               | 0,55              | 0,42               | 0,53        | 0,44               | 0,62               | 0,48             | 0,46              | 0,52               |                   |
| d, мм                                    | 156                | 142                | 150               | 125                | 130         | 135                | 147                | 155              | 160               | 162                |                   |
| ℓ, м                                     | 200<br>0           | 1900               | 180<br>0          | 170<br>0           | 220<br>0    | 210<br>0           | 240<br>0           | 250<br>0         | 230<br>0          | 260<br>0           |                   |
| P <sub>1</sub> ·10 <sup>-5</sup> ,<br>Па | 4,2                | 4,0                | 3,8               | 3,6                | 4,4         | 3,9                | 4,1                | 4,7              | 4,5               | 4,8                |                   |
| Z <sub>2</sub>                           | 3,0                | 3,4                | 4,0               | 4,5                | 3,8         | 2,8                | 4,8                | 3,5              | 4,2               | 3,6                |                   |
| d/R <sub>1</sub>                         | 0,2                | 0,4                | 0,8               | 0,2                | 0,6         | 0,8                | 0,4                | 0,6              | 0,4               | 0,2                |                   |
| d/R <sub>2</sub>                         | 0,4                | 0,6                | 0,2               | 0,4                | 0,2         | 0,4                | 0,6                | 0,2              | 0,8               | 0,6                |                   |
| α, °C                                    | 20                 | 30                 | 45                | 30                 | 20          | 45                 | 60                 | 45               | 20                | 30                 |                   |
| Ж                                        | масло<br>ДС-11     | мазут<br>М-12      | нефть<br>легкая   | пресн<br>вода      | керос<br>ин | масло<br>МС-14     | масло<br>МК-22     | ыное<br>топли    | нефть<br>тяжел    | масло<br>И12-А     |                   |
| М                                        | стальной<br>старый | новый<br>холоднотя | стальной<br>новый | стальной<br>старый | нержавею    | чугунный<br>старый | чугунный<br>старый | оцинкован<br>ный | чугунный<br>новый | чугунный<br>старый | чугунный<br>новый |

**Задачи (41-50).** Определить общие потери напора  $h_w$  в трубопроводе **Т** общей длиной  $L = 4$  км, если по нему течет жидкость **Ж** с объемным расходом  $Q$ . Трубопровод имеет диаметр  $D$  длиной  $l$ , одно внезапное сужение до диаметра  $d$  и два поворота, один плавный отношением  $d/R$  и другой крутой на угол  $\alpha$ . Числовые данные приведены в табл. 7.

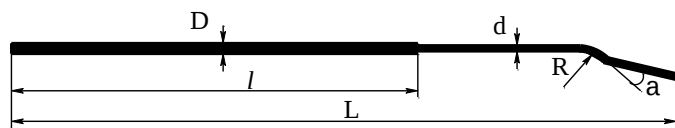


Рис. 25

Таблица 7

Числовые данные к задачам (41-50)

| Величины      | № задачи |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|---------------|----------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|               | 41       | 42  | 43  | 44  | 45  | 46  | 47  | 48  | 49  | 50  |
| 1             | 2        | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  |
| $D$ , мм      | 250      | 200 | 225 | 250 | 100 | 150 | 175 | 200 | 225 | 250 |
| $l$ , км      | 1,5      | 1,8 | 2,1 | 2,5 | 2,7 | 1,9 | 1,8 | 2   | 2,2 | 2,4 |
| $Q$ , л/сек   | 22       | 24  | 26  | 16  | 18  | 20  | 22  | 20  | 24  | 26  |
| $d$ , мм      | 200      | 100 | 200 | 225 | 80  | 100 | 150 | 150 | 200 | 225 |
| $\alpha$ , °C | 30       | 45  | 30  | 20  | 30  | 60  | 45  | 20  | 30  | 45  |

Продолжение табл. 7

|     |                 |                      |                |                |                 |                 |              |             |                 |                |
|-----|-----------------|----------------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|--------------|-------------|-----------------|----------------|
| 1   | 2               | 3                    | 4              | 5              | 6               | 7               | 8            | 9           | 10              | 11             |
| d/R | 0,4             | 0,8                  | 0,6            | 0,2            | 0,6             | 0,4             | 0,8          | 0,2         | 0,6             | 0,8            |
| Ж   | бензин          | мазут М-12           | керосин        | бензин         | керосин         | масло МС-14     | масло МК-22  | вода        | масло ДС-11     | масло И12-А    |
| Т   | чугунный старый | новый холоднокатаный | стальной новый | чугунный новый | стальной старый | чугунный старый | оцинкованный | нержавеющий | чугунный старый | чугунный новый |

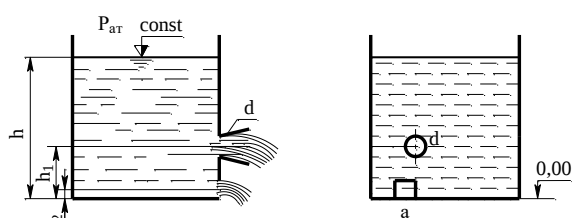
**Задачи (51-60).** Определить геометрический уклон  $i_r$  и давление жидкости в начале линии  $P_1$ , если потребителю подается жидкость **Ж** в количестве  $Q$ . Длина трубопровода  $\ell$ , внутренний диаметр  $d$ , материал трубопровода **М**, давление жидкости в конце линии  $P_2$ . Отметка оси трубопровода в начальной точке на  $Z_1$  метров выше конечной. Трубопровод имеет два крутых поворота на угол  $\alpha$  и один плавный  $d/R$ . Числовые данные приведены в табл. 8.

Таблица 8

Числовые данные к задачам (51-60)

| Величины                  | № задачи        |                      |                |                |                 |                 |              |             |                 |                |
|---------------------------|-----------------|----------------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|--------------|-------------|-----------------|----------------|
|                           | 51              | 52                   | 53             | 54             | 55              | 56              | 57           | 58          | 59              | 60             |
| $Q$ , м <sup>3</sup> /час | 220             | 240                  | 225            | 235            | 230             | 215             | 245          | 220         | 250             | 255            |
| $\ell$ , км               | 1,00            | 1,20                 | 1,40           | 1,25           | 1,35            | 1,30            | 1,25         | 1,65        | 1,55            | 1,50           |
| $d$ , м                   | 0,207           | 0,255                | 0,245          | 0,200          | 0,260           | 0,260           | 0,250        | 0,215       | 0,240           | 0,255          |
| $P_2 \cdot 10^{-5}$ , Па  | 1,55            | 1,65                 | 2,15           | 2,00           | 1,75            | 2,45            | 1,85         | 1,95        | 2,10            | 2,15           |
| $Z_1$ , м                 | 2,0             | 2,5                  | 2,4            | 2,8            | 2,7             | 2,1             | 2,9          | 3,0         | 3,2             | 3,4            |
| $\alpha_1$ , °С           | 20              | 60                   | 45             | 30             | 20              | 60              | 30           | 20          | 30              | 20             |
| $\alpha_2$ , °С           | 30              | 45                   | 20             | 60             | 45              | 45              | 45           | 60          | 45              | 30             |
| d/R                       | 0,6             | 0,2                  | 0,4            | 0,8            | 0,2             | 0,6             | 0,4          | 0,2         | 0,8             | 0,4            |
| Ж                         | бензин          | вода                 | керосин        | бензин         | керосин         | масло М-12      | масло МС-14  | масло АС-14 | масло И-12А     | масло АМГ-12   |
| М                         | чугунный старый | новый холоднокатаный | стальной новый | чугунный новый | стальной старый | чугунный старый | оцинкованный | нержавеющий | чугунный старый | чугунный новый |

**Задачи (61-70)** Определить суммарный объемный расход воды  $Q$  из резервуара (рис. 26), имеющего квадратное отверстие со стороной  $a$  и круглое отверстие диаметром  $d$ , к которому присоединен конический расходящийся насадок. Сжатие струи в круглом отверстии считать несовершенным, отметку дна принять равной  $0,00$ . Отметки центра насадка  $h_2$ , центра отверстия  $h_1$  и уровня воды в резервуаре  $h$ . Числовые данные



план боковой стенки

Рис. 26

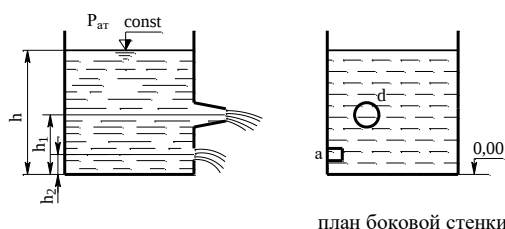
приведены в табл. 9.

Таблица 9

Числовые данные к задачам в (61–70)

| Величины           | номера задач |       |      |       |      |       |       |       |       |      |
|--------------------|--------------|-------|------|-------|------|-------|-------|-------|-------|------|
|                    | 61           | 62    | 63   | 64    | 65   | 66    | 67    | 68    | 69    | 70   |
| a, см              | 4,0          | 5,0   | 6,0  | 7,0   | 8,0  | 7,6   | 6,6   | 5,6   | 4,6   | 4,0  |
| d, см              | 6,0          | 6,5   | 7,0  | 7,5   | 8,0  | 8,5   | 7,5   | 7,0   | 6,5   | 6,0  |
| h, м               | 3,20         | 3,30  | 3,40 | 3,50  | 3,60 | 3,70  | 3,80  | 3,90  | 4,00  | 4,10 |
| h <sub>1</sub> , м | 2,0          | 2,10  | 2,15 | 2,20  | 2,25 | 2,30  | 2,35  | 2,40  | 2,45  | 2,50 |
| h <sub>2</sub> , м | 0,02         | 0,025 | 0,03 | 0,035 | 0,04 | 0,038 | 0,033 | 0,028 | 0,023 | 0,02 |

**Задачи (71-80).** В боковой стенке резервуара (рис. 27) сделаны квадратное отверстие со стороной  $a$  и круглое отверстие диаметром  $d$  к которому присоединен конический сходящийся насадок. Отметки центра насадка  $h_1$ , центра отверстия  $h_2$  и уровня воды в резервуаре  $h$  приведены в табл. 10. Отметку дна принять равной  $0,00$ . Сжатие струи в круглом отверстии считать несовершенным. Определить суммарный объемный расход воды  $Q$  из резервуара. Числовые данные приведены в табл. 10.



план боковой стенки

Рис. 27

Таблица 10

Числовые данные к задачам (71-80)

| Величины           | номера задач |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------------|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|                    | 71           | 72   | 73   | 74   | 75   | 76   | 77   | 78   | 79   | 80   |
| a, см              | 4,0          | 4,5  | 5,0  | 5,5  | 6,0  | 6,5  | 7,0  | 6,0  | 4,5  | 6,0  |
| d, см              | 6,0          | 5,5  | 5,0  | 7,0  | 7,5  | 6,0  | 4,0  | 5,5  | 7,0  | 5,0  |
| h, м               | 2,50         | 2,60 | 2,70 | 2,80 | 2,85 | 3,00 | 2,90 | 3,10 | 2,75 | 3,05 |
| h <sub>1</sub> , м | 1,90         | 1,95 | 2,00 | 1,80 | 1,60 | 1,50 | 1,60 | 1,55 | 1,30 | 1,45 |
| h <sub>2</sub> , м | 1,10         | 1,05 | 1,15 | 1,00 | 0,85 | 0,95 | 1,10 | 0,80 | 0,75 | 0,65 |

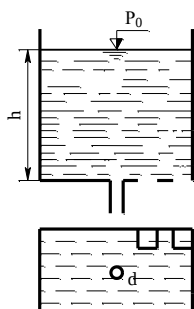


Рис. 28. План дна

**Задачи (81-90)** В дне бака расположены три отверстия. Два квадратных со стороной  $a$ . Одно отверстие примыкает стороной к боковой стенке, другое расположено в углу дна. Третье отверстие круглое диаметром  $d$ , расположено в центре дна и к нему присоединен насадок  $H$  (рис. 28). Глубина воды в баке  $h$ . Определить: 1) суммарный массовый расход  $M_1$  из отверстий и насадка, если давление на поверхности воды атмосферное  $P_0 = P_{атм}$ ; 2) суммарный массовый расход  $M_2$ , если давление на поверхности воды  $P_0 = P$ . Числовые данные приведены в табл. 11.

Таблица 11

Числовые данные к задачам (81-90)

| Величины               | номера задач |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|------------------------|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|                        | 81           | 82   | 83   | 84   | 85   | 86   | 87   | 88   | 89   | 90   |
| a, см                  | 3,0          | 4,0  | 3,8  | 4,2  | 4,3  | 3,7  | 4,4  | 4,0  | 3,8  | 3,9  |
| d, см                  | 4,0          | 5,0  | 4,5  | 5,2  | 4,7  | 4,2  | 4,8  | 5,3  | 4,0  | 4,7  |
| h, м                   | 1,20         | 1,85 | 1,90 | 2,00 | 1,95 | 1,60 | 2,10 | 1,65 | 1,75 | 2,00 |
| $P \cdot 10^{-5}$ , Па | 1,8          | 1,4  | 1,6  | 1,3  | 1,5  | 1,7  | 1,9  | 1,5  | 1,65 | 1,75 |

|               |                           |                          |                            |
|---------------|---------------------------|--------------------------|----------------------------|
| Н,<br>насадок | внешний<br>цилиндрический | конический<br>сходящийся | конический<br>расходящийся |
|---------------|---------------------------|--------------------------|----------------------------|

Промежуточная аттестация по дисциплине преследует цель оценить работу обучающихся за курс, полученные обучающимися знания, умения и уровень приобретенных компетенций, их прочность, развитие творческого мышления, приобретение навыков самостоятельной работы, умение синтезировать полученные знания и применять их при решении практических задач.

Зачет проводится на последнем практическом занятии. Итоговая оценка выставляется по результатам работы студента в семестре:

- решение практико-ориентированных заданий;
- выполнение контрольных работ;
- выполнение тестовых заданий;
- написание реферата.

#### Шкала оценивания:

«Зачтено»: активная работа студента на практических занятиях, выполнение практико-ориентированных заданий с оцениванием «зачтено», выполнение заданий контрольной работы на оценку не ниже «удовлетворительно».

При невыполнении данных условий студенту предлагается теоретический вопрос и практическое задание.

Итоговая оценка – «Зачтено» выставляется при выполнении следующих показателей:

- 1) знание основных понятий и определений;
- 2) умение использовать стандартные методы для решения типовых задач;
- 3) логика изложения, рассуждений;
- 4) правильность выполнения расчетов.

«Незачтено»: в ходе опроса ответы обучающегося не соответствуют ни одному из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует фрагментарные знания и умения или их отсутствие.

### 20.3 Перечень заданий, рекомендуемых к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).

#### 1) Тестовые задания

- Задания закрытого типа - средний уровень сложности

#### Тесты

##### Test1

Жидкость в заданном объёме называется несжимаемой, если

##### Ответы

1.  $\operatorname{div} \vec{v} = 0$
2.  $\operatorname{div} \vec{v} \neq 0$
3.  $\operatorname{rot} \vec{v} = 0$
4.  $\operatorname{rot} \vec{v} \neq 0$

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

### Test2

Течение жидкости в заданном объёме называется безвихревым, если

#### Ответы

1.  $\operatorname{div} \bar{v} = 0$
2.  $\operatorname{div} \bar{v} \neq 0$
3.  $\operatorname{rot} \bar{v} = 0$
4.  $\operatorname{rot} \bar{v} \neq 0$

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

### Test3

Уравнение неразрывности течения жидкости имеет вид

#### Ответы

1.  $\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \operatorname{div} \rho = 0$
2.  $\frac{1}{\rho} \frac{d\bar{v}}{dt} + \operatorname{div} \rho = 0$
3.  $\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \operatorname{div} \bar{v} = 0$
4.  $\frac{1}{\rho} \frac{d\bar{v}}{dt} + \operatorname{div} \bar{v} = 0$

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

### Test4

Источник или сток течения жидкости задаётся потенциалом

#### Ответы

1.  $w = e^{-i\omega z}$
2.  $w = \ln(-i\omega z)$
3.  $w = e^z$
4.  $w = \ln z$

Критерии оценивания: два правильных ответа – 2 б., один правильный ответ – 1 б., нет правильных ответов – 0 б.

### Test5

Диполь течения жидкости задаётся потенциалом

#### Ответы

1.  $w = z$
2.  $w = \frac{1}{z}$
3.  $w = \frac{2}{z}$
4.  $w = z^2$

Критерии оценивания: два правильных ответа – 2 б., один правильный ответ – 1 б., нет правильных ответов – 0 б.

#### Test6

Что такое линия тока?

#### Ответы

1. Это кривая, в каждой точке которой в данный момент времени вектор поля скоростей является нормальным.
2. Это кривая, в каждой точке которой в данный момент времени вектор поля скоростей является бинормальным.
3. Это кривая, в каждой точке которой в данный момент времени вектор поля скоростей является касательным.
4. Это кривая, в каждой точке которой в данный момент времени вектор поля скоростей является базисным.

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

#### Test7

При плоском потенциальном движении линии тока и изопотенциальные линии

#### Ответы

1. Сонаправлены
2. Ортогональны
3. Произвольно направлены
4. Совпадают

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

#### Test8

Однородный поступательный поток описывается потенциалом

#### Ответы

1.  $w = az, a > 0$
2.  $w = \frac{1}{z}$
3.  $w = \frac{1}{z+a}$
4.  $w = az^2, a > 0$

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

#### Test9

Сечение сосуда, используемого для водяных часов задаётся уравнением

#### Ответы

1.  $y = ch(ax)$
2.  $y = ax^2$
3.  $y = ax^3$
4.  $y = ax^4$

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

#### Test10

Укажите формулу Торричелли

Ответы

1.  $v = \sqrt{2gh}$

2.  $v = 2gh$

3.  $v = 2g\sqrt{h}$

4.  $v = 2gh^2$

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

- Задания открытого типа (короткий ответ)

#### Test11

Кривая, в каждой точке которой в данный момент времени вектор поля скоростей является ... называется линией тока.

Ответ: касательным

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

#### Test12

При плоском потенциальном движении линии тока и изопотенциальные линии ... друг другу.

Ответ: ортогональны

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

#### Test13

Теорема Томсона. Кинетическая энергия несжимаемой жидкости, потенциально движущейся в односвязанном объеме с заданным значением скорости на границе, ... , чем кинетическая энергия этой же жидкости, совершающей непотенциальное движение в таком же объеме с тем же значением скорости на границе.

Ответ: меньше

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

#### Test14

Жидкость называется вязкой, если при её течении имеются силы внутреннего ... .

Ответ: трения

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

#### Test15

Жидкость называется изотропной, если её физические свойства ... по всем направлениям.

Ответ: одинаковы

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

#### Test16

Жидкость называется идеальной, если при её течении отсутствуют силы внутреннего ... .

Ответ: трения

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

#### Test17

Из принципа максимума гармонической функции следует, что при ... движении несжимаемой жидкости в односвязной области скорость не может принимать максимальное значение внутри области.

Ответ: потенциальном

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

#### Test18

Течение жидкости в заданном объёме называется безвихревым, если ... равен нулю.

Ответ: ротор

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

#### Test19

Жидкость в заданном объёме называется несжимаемой, если ... равна нулю.

Ответ: дивергенция

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

#### Test20

Движение жидкости называется потенциальным, если существует скалярная функция, ... которой равен вектору скорости в любой точке.

Ответ: градиент

Критерии оценивания: правильный ответ – 1 б., неправильный ответ – 0 б.

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЙ

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Специальность 01.05.01 Фундаментальные математика и механика

Дисциплина Математические модели газовой динамики

Специализация подготовки Современные методы теории функций в математике и механике

Форма обучения очная

Учебный год 2026-2027

---

|                           |       |               |                |
|---------------------------|-------|---------------|----------------|
| Ответственный исполнитель | _____ | Е.М. Семенов  | ____.____.20__ |
| Исполнители               |       |               |                |
| доцент кафедры ТФиГ       | _____ | Л.В. Стенюхин | ____.____.20__ |

СОГЛАСОВАНО

Куратор ОПОП

по направлению/ специальности

\_\_\_\_\_

Е.М. Семенов

\_\_\_.\_\_ 20\_\_

Начальник отдела обслуживания ЗНБ

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_.\_\_ 20\_\_

---

РЕКОМЕНДОВАНА НМС математического факультета протокол протокол № 0500-06 от  
25.05.2023 г.